

필답고사 문제지 (수학)

[필답고사 시간 14:00 ~ 15:10]

모집단위	학부·과	지원전형 (일반/학사)	
수험번호		성명	

【 수험생 유의사항 】

1. 답안지에 지원학부(과), 지원전형, 성명, 생년월일, 수험번호를 정확하게 기재할 것
2. 수험번호, 주민등록번호 앞자리, 답안 마킹란에는 반드시 검정색 컴퓨터용 사인펜을 사용할 것
(수험생기재란 및 수험번호의 글자 및 숫자 작성은 흑색 볼펜 등을 사용해도 무방)
3. 마킹을 바르게 표기할 것(답안지 내 수험생 유의사항 확인)
4. 감독관 날인이 없는 답안지는 무효처리됨
5. 답안지에 답 이외의 특정 표시 불가(단, 수정테이프 사용 가능)
6. 답안지 훼손이나 낙서 등으로 판독이 불가능할 경우 해당 답안지는 0점 처리하며 그 책임은 수험생 본인에게 있음



1. 극한 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^{\sin(3x)} e^{-t} dt}{x}$ 의 값은? [3점]

- ① 1
② 2
③ 3
④ 4
⑤ 5

2. 곡선 $y = \frac{e^{2x} + e^{-2x}}{4}$ ($0 \leq x \leq 1$) 의 길이는? [3점]

- ① $\frac{1}{4} \left(e^2 - \frac{1}{e^2} \right)$
② $\frac{1}{4} \left(e - \frac{1}{e} \right)$
③ $\frac{1}{2} \left(e - \frac{1}{e} \right)$
④ $4 \left(e + \frac{1}{e} \right)$
⑤ $4 \left(e^2 + \frac{1}{e^2} \right)$

3. 두 극곡선 $r = 4 + 2\cos\theta$ 와 $r = 2 - 2\cos\theta$ 로 둘러싸인 공통 영역의 넓이는? [4점]

- ① $10\pi - 12\sqrt{3}$
② $10\pi - 6\sqrt{3}$
③ $5\pi - 6\sqrt{3}$
④ $5\pi + 6\sqrt{3}$
⑤ $10\pi + 12\sqrt{3}$

4. 다음에서 급수가 수렴하는 것만을 모두 고른 것은? [4점]

(가) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} \tan^{-1} \left(\frac{1}{n\sqrt{n+1}} \right)$
(나) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos n\pi}{(n-1)!} n^n$
(다) $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{n}{(\ln n)^{\ln n}}$

- ① (가)
② (나)
③ (가), (나)
④ (가), (다)
⑤ (나), (다)

5. 다음을 모두 만족시키는 세 벡터

$\mathbf{a} = \langle 1, -1, -1 \rangle$, $\mathbf{b} = \langle x, 2, y \rangle$, $\mathbf{c} = \langle -1, 3, 2 \rangle$
에 대하여 $2x+3y$ 의 값은? (단, $\text{proj}_{\mathbf{u}} \mathbf{v}$ 는 벡터 $\mathbf{u}$
위로의 벡터 $\mathbf{v}$ 의 벡터 사영이다.) [3점]

- (1) $\mathbf{a} \cdot (\mathbf{b} \times \mathbf{c}) = 0$
(2) $(\mathbf{b} - \mathbf{c}) \cdot \text{proj}_{2\mathbf{a}}(-3\mathbf{c}) = 0$

- ① 0
② 2
③ 4
④ 6
⑤ 8

6. 평면 π_1 은 점 $(1, -1, 2)$ 에서 곡면 $xyz = -2$ 의
접평면이고, 평면 π_2 는 점 $(1, -1, 2)$ 에서 곡면
 $2x^2 + 3y^2 + z^2 = 9$ 의 접평면이다. 점 $(0, 1, 8)$ 과
두 평면 π_1 과 π_2 의 교선 사이의 거리는? [4점]

- ① 1
② 2
③ 3
④ 4
⑤ 5

7. 다음에서 점 $(0, 0)$ 에서 연속인 함수만을 모두 고른
것은? [4점]

(가) $f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{x^2+y^2}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$
(나) $g(x, y) = \begin{cases} \frac{xy^3}{x^2+y^4}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$
(다) $h(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3y^{11}}{x^8+y^{18}}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$

- ① (가)
② (나)
③ (가), (나)
④ (가), (다)
⑤ (나), (다)

8. 포물면 $z = x^2 + y^2$ 이 구 $x^2 + y^2 + z^2 = 12$ 를
두 입체로 나눌 때, 더 큰 입체의 부피는? [4점]

- ① $\left(\frac{9}{2} + 16\sqrt{3}\right)\pi$
② $(18 + 16\sqrt{3})\pi$
③ $\left(\frac{45}{2} + 16\sqrt{3}\right)\pi$
④ $(18 + 32\sqrt{3})\pi$
⑤ $\left(\frac{45}{2} + 32\sqrt{3}\right)\pi$

9. 원기둥 $x^2 + y^2 = x$ 안에 있는 구 $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ 의 곡면 넓이는? [5점]

- ① $\frac{\pi}{2} - 1$
- ② $\pi - 2$
- ③ $2(\pi - 2)$
- ④ $4(\pi - 2)$
- ⑤ $6(\pi - 2)$

10. 함수 $f(x) = \sin^{-1}x$ 의 매클로린 급수에서 x^7 의 계수는? [4점]

- ① $\frac{5}{32}$
- ② $\frac{3}{32}$
- ③ $\frac{5}{64}$
- ④ $\frac{3}{64}$
- ⑤ $\frac{5}{112}$

11. 다음을 만족시키는 세 실수 a, b, c 에 대하여 $a+b+c$ 의 값은? [4점]

$$\text{행렬 } A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix} \text{에 대하여}$$

$$A^4 + A^{-1} = aA^2 + bA + cI \text{이다.}$$

(단, I 는 단위행렬이다.)

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

12. V 는 2×2 행렬 전체로 이루어진 벡터공간이다. 다음 변환 $T: V \rightarrow \mathbb{R}$ 중에서 선형변환인 것만을 모두 고른 것은? [4점]

(가) $T(A) = \det(A)$
 (나) $T(A) = \text{tr}(A + A^t)$
 (단, A^t 는 A 의 전치행렬이다.)
 (다) 행렬 $X = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, $Y = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ 에 대하여
 $T(A) = XAY$ 이다.

- ① (가)
- ② (나)
- ③ (가), (나)
- ④ (가), (다)
- ⑤ (나), (다)

13. 자연수 n 과 행렬 $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 4 \end{pmatrix}$ 에 대하여

A^n 의 모든 성분의 합을 a_n 이라 할 때, $\frac{a_{2026}}{a_{2022}}$ 의 값은? [4점]

- ① 16
- ② 81
- ③ 256
- ④ 625
- ⑤ 1296

14. 다음을 모두 만족시키는 함수 f 의 라플라스 변환을 $F(s)$ 라 할 때, $F(1)$ 의 값은? [4점]

- (1) $f(t) = f(t+2)$
 (2) $f(t) = 2t, 0 \leq t < 2$

- ① $\frac{e^2 - 6}{e^2 - 1}$
- ② $\frac{2e^2 - 6}{e^2 - 1}$
- ③ $\frac{2e^2 - 4}{e^2 - 1}$
- ④ $\frac{2e^2 + 4}{e^2 - 1}$
- ⑤ $\frac{2e^2 + 6}{e^2 - 1}$

15. 미분방정식 $(4x + 3y^2)dx + 2xydy = 0$ 의 해 $y(x)$ 가 $y(2) = 3$ 을 만족시킬 때, $(y(1))^2$ 의 값은?

[4점]

- ① 84
- ② 85
- ③ 86
- ④ 87
- ⑤ 88

16. 미분가능한 함수 $f(x, y, z)$ 에 대하여 점 P 에서

f 의 최대변화율이 벡터 $\left\langle \frac{2}{3}, \frac{1}{3}, -\frac{2}{3} \right\rangle$ 방향에서

6 이다. 점 P 에서 벡터 $\left\langle \frac{7}{9}, -\frac{4}{9}, -\frac{4}{9} \right\rangle$ 방향에

대한 함수 f 의 방향도함수를 a 라 할 때, a^2 의 값을 구하시오. [3점]

17. 영역 $D = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq 1\}$ 에서 함수 $f(x, y) = 4x^4 - 2x^2y^2 + y^2$ 의 최댓값을 a , 최솟값을 b 라 할 때, $10a + b$ 의 값을 구하시오. [4점]

18. 점 $(1, 0, -1)$ 에서 점 $(1, 1, 1)$ 까지 선분 C_1 ,
점 $(1, 1, 1)$ 에서 점 $(2, 3, 4)$ 까지 선분 C_2 ,
점 $(2, 3, 4)$ 에서 점 $(2, 1, 0)$ 까지 선분 C_3 이고,
 $C = C_1 \cup C_2 \cup C_3$ 일 때,

$$\int_C (2xe^{yz} - y^3)dx + (x^2ze^{yz} - 3xy^2)dy + x^2ye^{yz}dz$$

의 값을 구하시오. [4점]

19. 영역 $D = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq 4\}$ 일 때,

$$\frac{1}{\pi} \iint_D (ye^{x^2} + x^2)dA \text{의 값을 구하시오. [4점]}$$

20. 곡선 C 는 $x^2 + y^2 = 25$ 의 반시계 방향인 원이다.
벡터장 $\mathbf{F}$ 가

$$\mathbf{F}(x, y) = \left\langle \frac{-y^3}{(x^2 + y^2)^2}, \frac{xy^2}{(x^2 + y^2)^2} \right\rangle$$

일 때, $\frac{21}{\pi} \int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$ 의 값을 구하시오. [4점]

21. 곡면 S 는

$$S = \{(x, y, z) \mid z = x^2 + y^2 - 4, z \leq 0\}$$

이고, 벡터장 $\mathbf{F}$ 가

$$\mathbf{F}(x, y, z) = \langle \cos z + xy^2, x^2y + xe^{-z}, 3x^2y^2 \rangle$$

일 때, $\frac{12}{\pi} \left| \iint_S \mathbf{F} \cdot d\mathbf{S} \right|$ 의 값을 구하시오. [5점]

22. $n \times n$ 행렬 전체로 이루어진 벡터공간 M_n 의
두 부분공간

$$V = \{A \in M_n \mid A^t = A\},$$

$$W = \{A \in M_n \mid A^t = -A\}$$

에 대하여 $2\dim V + 3\dim W = 555$ 일 때, 자연수
 n 을 구하시오. (단, A^t 는 A 의 전치행렬이다.) [4점]

24. 미분방정식 $y'' - 2xy' + 4y = 0$ 의 해 $y(x)$ 가
 $y(0) = 1$, $y'(0) = -1$ 을 만족시킬 때, $\frac{y^{(5)}(2)}{y^{(3)}(2)}$ 의
값을 구하시오. [5점]

23. V 는 2×3 행렬 전체로 이루어진 벡터공간이다.

$$\text{선형변환 } T: V \rightarrow V, \quad T(X) = X \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix} \text{에}$$

대하여 T 를 나타내는 행렬의 특성다항식을 $f(x)$ 라
할 때, $f(4)$ 의 값을 구하시오. [5점]

25. 연립미분방정식

$$\begin{pmatrix} x'(t) \\ y'(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ e^{-t} \end{pmatrix} \text{의 일반해가}$$

$$\begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix} = c_1 \begin{pmatrix} a \\ 1 \end{pmatrix} e^t + c_2 \begin{pmatrix} 1 \\ b \end{pmatrix} e^{ct} - \frac{1}{6} \begin{pmatrix} d \\ 1 \end{pmatrix} e^{-t}$$

일 때, $a^2b^2 + c^2d^2$ 의 값을 구하시오.

(단, a, b, c, d 는 정수이고, c_1, c_2 는 상수이다.) [4점]