

단국대학교 2025학년도 편입학모집 필기고사

고사시간	오전
과 목	수학

자연계열 문제지



지원학부(과)	
수험번호	
성 명	

수학 [자연계열] <오전>

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{4x^2+1}}{x+1}$ 의 값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4

2. $f(x) = \tan^{-1} x$ 에 대하여, $f'(1)$ 의 값은? [3점]

① $-\frac{1}{2}$ ② 0 ③ $\frac{1}{2}$ ④ 1

3. 연속함수 $f(x)$ 가

$$\int_0^1 f(2x) dx = 2$$

을 만족할 때, $\int_0^2 f(x) dx$ 의 값은? [3점]

① 3 ② $\frac{7}{2}$ ③ 4 ④ $\frac{9}{2}$

4. 점 $(1, -1, 4)$ 에서 평면 $2x + y - 2z = 5$ 까지의 거리는? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4

5. $(I + 2A)^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 5 & 4 \end{bmatrix}$ 일 때 $\det A$ 의 값은?
(단, I 는 2×2 단위행렬) [3점]

① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{7}{8}$ ④ $\frac{5}{4}$
6. $\int_0^1 \frac{\ln x}{\sqrt{x}} dx$ 의 값은? [3점]

① -4 ② -3 ③ -2 ④ -1

7. 행렬 $\begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 1 & a \end{bmatrix}$ 의 모든 고윳값의 합이 -1일 때,
실수 a 의 값은? [3점]

① -4 ② -3 ③ -2 ④ -1

8. 곡선 $y = \frac{x^3}{12} + \frac{1}{x}$ ($1 \leq x \leq 4$)의 호의 길이는? [3점]

① $\frac{9}{2}$ ② 6 ③ 8 ④ $\frac{17}{2}$

9. $\ln(1+x) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n x^n$ ($-1 < x < 1$)일 때 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n a_{n+1}$ 의
값은? (단, a_n 은 실수, $n=1, 2, \dots$) [3점]

① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4

10. 구간 $-1 < t < 1$ 에서 정의된 매개곡선 $\mathbf{r}(t) = (t, t^2, t^3)$
위의 점 $(0, 0, 0)$ 에서의 곡률의 값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4

11. 벡터장 $\mathbf{F}(x,y,z) = x^2y\mathbf{i} + xy^2\mathbf{j} + axyz\mathbf{k}$ 에 대한 점 $(1, 1, 1)$ 에서의 curl 이 $2\mathbf{i} - 2\mathbf{j}$ 이다. 실수 a 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4

12. $x^2 + y^2 = 1$ 에서 $f(x,y) = x^2 + 2y^2$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M+m$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4

13. 극곡선 $r = 1 + \cos \theta$ ($0 \leq \theta \leq 2\pi$)의 길이는? [3점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9

14. 다음 조건을 만족시키는 실수 a 의 값은? [3점]

- (1) 세 점 $P(1, -1, 0)$, $Q(2, 0, -2)$, $R(a, 1, -1)$ 을 포함하는 평면에서 세 점 P , Q , R 을 꼭짓점으로 하는 삼각형은 직각삼각형이다.
- (2) 세 변 $\overline{PQ}$, $\overline{QR}$, $\overline{RP}$ 중 $\overline{RP}$ 의 길이가 가장 길다.

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4

15. $\int_0^1 \int_{\sqrt{y}}^1 \sqrt{x^3 + 1} \, dx dy$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{2}{9}(2\sqrt{2} - 1)$ ② $\frac{2}{3}(2\sqrt{2} - 1)$
 ③ $\frac{2}{7}(3\sqrt{2} + 1)$ ④ $\frac{2}{5}(3\sqrt{2} + 1)$

16. $E = \{(x,y,z) \mid 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1-x, 0 \leq z \leq 2\}$ 에 대하여 $\iiint_E e^{x+y+z} dV$ 의 값은? [3점]

- ① $e^2 - 1$ ② e^2 ③ $e^2 + 1$ ④ $e^2 - e$

17. $f_x(x,y) = 3x^2 - 3y^2$, $f_y(x,y) = -6xy + 12y^2 - 6y - 12$ 인 함수 $f(x,y)$ 의 극솟점은? [3점]

- ① $(-1, -1)$ ② $(-1, 1)$
 ③ $(\frac{2}{3}, -\frac{2}{3})$ ④ $(2, 2)$

18. 입자가 곡선 $C = \{(x,y) \mid 0 \leq x, 0 \leq y, x^2 + y^2 = 4\}$ 를 따라 시계 반대 방향으로 움직일 때 힘 $\mathbf{F}(x,y) = -\mathbf{i} + \mathbf{j}$ 가 한 일 $W = \int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4

19. 곡선 C 가 세 점 $(0, 0)$, $(0, 1)$, $(-1, 1)$ 을 꼭짓점으로 하는 삼각형일 때, $\int_C e^{x^2} dx + 2 \tan^{-1} x dy$ 의 값은? (단, C 의 방향은 시계 반대 방향) [3점]

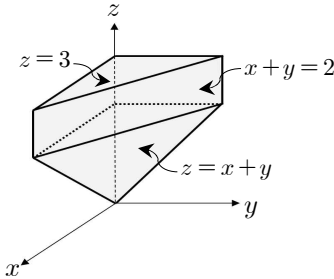
- ① $-\ln 2$ ② $\frac{\pi}{2} - \ln 2$ ③ $\frac{\pi}{2}$ ④ $\frac{\pi}{2} + \ln 2$

20. 곡선 $C = \{(x, y, z) \mid x + y + z = 1, x^2 + y^2 = 1\}$ 과
벡터장 $\mathbf{F}(x, y, z) = y^3\mathbf{i} - x^3\mathbf{j} + z^3\mathbf{k}$ 에 대하여,
 $\int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$ 의 값은?
(단, C 의 방향은 원점에서 볼 때 시계 방향) [3점]
- ① $-\frac{5\pi}{2}$ ② $-\frac{3\pi}{2}$ ③ $\frac{3\pi}{2}$ ④ $\frac{5\pi}{2}$
21. 벡터 $\mathbf{u}_1 = \langle 6, 1 \rangle$, $\mathbf{u}_2 = \langle -2, 3 \rangle$, $\mathbf{u}_1' = \langle 2, 2 \rangle$,
 $\mathbf{u}_2' = \langle 4, -1 \rangle$ 에 대하여 $\mathbb{R}^2$ 의 기저 $B = \{\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2\}$ 에서
 $B' = \{\mathbf{u}_1', \mathbf{u}_2'\}$ 으로의 전이행렬(transition matrix)은
 $\begin{bmatrix} 1 & b \\ a & -1 \end{bmatrix}$ 이다. $a+b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수) [3점]
- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4
22. 함수 $y = f(x)$ 는 미분방정식
 $y' - xy^2 + y = 0$, $y(0) = 1$
의 해이다. $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \infty$ 일 때 실수 a 의 값은? [3점]
- ① -4 ② -3 ③ -2 ④ -1
23. $f(x)$ 와 $g(x)$ 의 론스키안(Wronskian)을 $h(x) = W(f, g)(x)$
라 하자.
 $f(1) = g(1) = f''(1) = 1$, $g''(1) = 3$
일 때, 양수 $\frac{dh}{dx}(1)$ 의 값은? [3점]
- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4

24. 실수 k 에 대하여, $f(t) = \begin{cases} 3 & (0 \leq t < 2) \\ k & (2 \leq t) \end{cases}$ 의
라플라스변환을 $F(s)$ 라 하자.
 $F(3) = 1 + \frac{1}{3}e^{-6}$ 일 때, k 의 값은? [3점]
- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4

25. 베셀함수 $J_{1/2}(x)$ 는 미분방정식
 $4x^2(y'' + y) + 4xy' = \alpha y$
의 해이다. 실수 α 의 값은? [3점]
- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4

26. 입체 E 는 아래 그림과 같이 5개의 평면
 $x + y = 2$, $z = x + y$, $z = 3$, $x = 0$, $y = 0$
으로 둘러싸이고 z 축에 접하는 도형이다.



입체 E 의 경계면 S 의 방향이 E 의 바깥 방향을
향할 때, S 를 통과하는 벡터장

- $\mathbf{F}(x, y, z) = x^2\mathbf{i} + x^2z\mathbf{j} + y^4\mathbf{k}$
의 유량(flux) $\iint_S \mathbf{F} \cdot d\mathbf{S}$ 의 값은? [5점]
- ① 4 ② 8 ③ 16 ④ 32

27. 좌표평면의 영역 D 는 세 점 $(0,0), (3,0), (1,1)$ 을 꼭짓점으로 하는 삼각형의 경계와 내부이다.

$$\iint_D \cos(x+2y)\sin(x-y)dA = \frac{\sin 3}{3} - \frac{\sin 6}{12} - a$$

일 때, 실수 a 의 값은? [5점]

- ① $\frac{1}{2}$
- ② 1
- ③ $\frac{3}{2}$
- ④ 2

28. $\boldsymbol{u} = \langle 1,2,1 \rangle$ 에 대하여

$$T(\boldsymbol{v}) = \boldsymbol{v} \times \boldsymbol{u}, \quad \boldsymbol{v} \in \mathbb{R}^3$$

라 하자. (단, $\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{u}$ 는 $\boldsymbol{v}$ 와 $\boldsymbol{u}$ 의 외적)

다음 중 옳은 것만을 있는 대로 모두 고른 것은? [5점]

(가) $T(\boldsymbol{v}) = \langle -1,0,1 \rangle$ 인 $\boldsymbol{v}$ 는 무수히 많다.
(나) T 의 치역은 3차원 벡터공간이다.
(다) 모든 $\boldsymbol{v} \in \mathbb{R}^3$ 에 대하여 $T(\boldsymbol{v}) = \boldsymbol{v}A$ 를 만족하는 행렬 A 는 비대칭행렬이다.

- ① (가)
- ② (가), (나)
- ③ (가), (다)
- ④ (나), (다)

29. 구면 $\{(x,y,z) \mid x^2+y^2+z^2=5\}$ 위에 있는 부드러운 곡선 $\boldsymbol{r}(t)$ 의 시작점은 $P(0,1,2)$ 이고 끝점은 $Q(0,1,-2)$ 이다. 또한 함수 $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ 는 모든 $\boldsymbol{x} \in \mathbb{R}^3$ 에 대하여

$$\nabla f(\boldsymbol{x}) = (\sin|\boldsymbol{x}|)\boldsymbol{x}, \quad f(P) + f(Q) = 4$$

를 만족시킨다. $f(Q)$ 의 값은? (힌트: $\frac{d}{dt}f(\boldsymbol{r}(t))$) [5점]

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4

30. 함수 $y=f(x)$ 는 미분방정식

$$x^2y''-3xy'+4y=\ln x, \quad (x>0)$$

$$y(1)=1, \quad y'(1)=1$$

의 해이다. $f(e)$ 의 값은? [5점]

- ① $\frac{1}{2}$
- ② 1
- ③ $\frac{3}{2}$
- ④ 2