

단국대학교 2025학년도 편입학모집 필기고사

고사시간	오후
과 목	수학

자연계열 문제지



지원학부(과)	
수험번호	
성 명	

수학 [자연계열] <오후>

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \ln(e+x)$ 의 값은? [3점]

① -1 ② 0 ③ 1 ④ e

2. $f(x) = \sin x$ 에 대하여, $f'(x) = \frac{1}{2}$ 인 x 의 값은?
(단, $\pi \leq x \leq 2\pi$) [3점]

① π ② $\frac{4}{3}\pi$ ③ $\frac{5}{3}\pi$ ④ 2π

3. 모든 x 에 대하여 $f(-x) = f(x)$ 인 연속함수 $f(x)$ 가
 $\int_{-1}^0 f(x)dx = 1, \int_1^2 f(x)dx = 2$
를 만족시킬 때, $\int_0^2 f(x)dx$ 의 값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4

4. $f(x,y,z) = x^2y - yz^2$ 의 점 $(1, 2, 3)$ 에서 벡터 $\mathbf{v} = \langle a, b, 1 \rangle$
방향으로의 방향도함수의 값이 0 이다. $a - 2b$ 의 값은?
(단, a, b 는 실수) [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4

5. 벡터장 $\mathbf{F}(x,y,z) = xz\mathbf{i} + yz\mathbf{j} + xy\mathbf{k}$ 에 대하여
점 $(1, 1, 1)$ 에서의 $\text{curl}\mathbf{F} = a\mathbf{i} + b\mathbf{j} + c\mathbf{k}$ 이고 $\text{div}\mathbf{F} = d$
이다. $a + b + c + d$ 의 값은? (단, a, b, c, d 는 실수) [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4
6. 행렬 $A = \begin{bmatrix} -1 & 3 & 0 \\ 1 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ 의 역행렬 $A^{-1} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ 2 & 2 & a_{23} \\ -1 & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$
에 대하여, $a_{11} + a_{23}$ 의 값은? (단, a_{ij} 는 실수, $i, j = 1, 2, 3$)
[3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4

7. $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{\sin x}{\sqrt{2\cos x - 1}} dx$ 의 값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4

8. $-1 < x < 1$ 에서 $f(x) = \ln(1+x^3)$ 을 매클로린급수로
나타낼 때, x^{60} 의 계수는? [3점]

① $-\frac{1}{20}$ ② $-\frac{1}{10}$ ③ $\frac{1}{20}$ ④ $\frac{1}{10}$

9. 극곡선 $r = 2\sin\theta$ 와 $r = 2\cos\theta$ 의 원점이 아닌 교점 P
에서 두 접선이 이루는 사잇각은? [3점]

① $\frac{\pi}{6}$ ② $\frac{\pi}{4}$ ③ $\frac{\pi}{3}$ ④ $\frac{\pi}{2}$

10. 영역 $R = \{(x, y) \mid 0 \leq y \leq \sqrt{9 - x^2}, -2 \leq x \leq 2\}$ 를 x 축을 중심으로 한 바퀴 회전시켜 얻은 입체의 부피의 값은? [3점]

- ① 30π ② $\frac{92}{3}\pi$ ③ $\frac{94}{3}\pi$ ④ 32π

11. 영역 $D = \{(x, y) \mid x \geq 0, x^2 + y^2 \leq 4\}$ 에서 $f(x, y) = x^2 + y^2 - 2x$ 의 최댓값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4

12. 곡면 S 위의 두 곡선의 매개방정식이 아래와 같을 때
 $\mathbf{r}_1(t) = (1+t, 2+t^2, 3-t), -1 \leq t \leq 1$
 $\mathbf{r}_2(u) = (u^2, 2u, 2+u), -2 \leq u \leq 2,$
곡면 S 위의 점 $(1, 2, 3)$ 에서 접평면의 방정식은? [3점]

- ① $x - 3y + 2z = 1$ ② $x - 2z = -5$
③ $-3x + y + z = 2$ ④ $2x - 3y + 2z = 2$

13. 행렬 $A = \begin{bmatrix} a & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & b \end{bmatrix}$ 의 모든 고윳값의 합이 2이고 $ab = -2$ 일 때, A^2 의 모든 고윳값의 합은?
(단, a, b 는 실수) [3점]

- ① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10

14. 네 점 $P(1, 2, 3), Q(4, 0, -1), R(2, 5, 6), S(-1, 3, 2)$ 을 꼭짓점으로 하는 사면체의 부피는? [3점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8

15. $x = se^t, y = s^2e^{-t}$ 이고 $u = xy(x+y)$ 라 할 때,
 $s = a, t = 0$ 에서 $\frac{\partial u}{\partial t} = 0$ 이다. 양의 실수 a 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4

16. $\int_0^1 \int_0^{\sqrt{1-x^2}} (1 - x^2 - y^2) dy dx$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{\pi}{4}$ ② $\frac{\pi}{6}$ ③ $\frac{\pi}{8}$ ④ $\frac{\pi}{10}$

17. $\frac{\partial f}{\partial x}(x, y) = ye^{xy}, \frac{\partial f}{\partial y}(x, y) = xe^{xy}$ 일 때,
곡면 $S = \{(x, y) \mid 8x^3 + y^3 = 16\}$ 위의 점 중에서 $f(x, y)$ 가 최대가 되는 점을 (a, b) 라 하자.
 $a+b$ 의 값은? (단, a, b 는 실수) [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4

18. 좌표평면의 네 직선
 $x - 2y = -6, x + y = -1, x - 2y = 6, x + y = 3$
으로 둘러싸인 영역을 R 라 하자.

$\iint_R (x+y) dA$ 의 값은? [3점]

- ① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18

19. 좌표평면에서 경로 C 는 다음과 같다.

- C_1 은 점 $(0,0)$ 으로부터 점 $\left(\frac{\pi}{2}, 0\right)$ 까지의 선분
- C_2 는 점 $\left(\frac{\pi}{2}, 0\right)$ 으로부터 점 $\left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$ 까지의 선분
- $C = C_1 \cup C_2$

입자가 점 $(0,0)$ 으로부터 점 $\left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$ 까지 C 를 따라 움직일 때, 힘 $\mathbf{F}(x,y) = x \sin y \mathbf{i} + y \sin x \mathbf{j}$ 가 한 일 $W = \int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$ 의 값은? [3점]

- ① 0 ② $\frac{\pi^2}{2}$ ③ π^2 ④ $\frac{3\pi^2}{2}$

20. 곡선 $C = \{(x,y) \mid (x-1)^2 + (y-3)^2 = 4\}$ 에 대하여 $\int_C (e^{2x} \sin 2y - y) dx + (e^{2x} \cos 2y + x) dy$ 의 값은?
(단, C 의 방향은 시계 반대 방향) [3점]

- ① 4π ② 8π ③ 16π ④ 32π

21. 평면 $x+2y+z=4$ 이 x 축, y 축, z 축과 만나는 점을 각각 P, Q, R라 하자. 곡선 C 는 점 P에서 출발하여 순서대로 선분 $\overline{PQ}$, $\overline{QR}$, $\overline{RP}$ 를 따라 다시 점 P로 돌아오는 경로이다. 벡터장

$$\mathbf{F}(x,y,z) = (x+2z)\mathbf{i} + (3x+y)\mathbf{j} + (2y-z)\mathbf{k}$$

에 대하여, $\int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$ 의 값은? [3점]

- ① 9 ② 18 ③ 36 ④ 72

22. 입체 $E = \{(x,y,z) \mid x^2 + y^2 \leq 1, 0 \leq z \leq 1\}$ 의 경계를 S 라 하자. S 의 방향이 E 의 바깥 방향을 향할 때, S 를 통과하는 벡터장

$$\mathbf{F}(x,y,z) = \frac{1}{3}x^3\mathbf{i} + \frac{1}{3}y^3\mathbf{j} + \frac{1}{3}z^3\mathbf{k}$$

의 유량(flux) $\iint_S \mathbf{F} \cdot d\mathbf{S}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{\pi}{6}$ ② $\frac{\pi}{2}$ ③ $\frac{2\pi}{3}$ ④ $\frac{5\pi}{6}$

23. 기저 $B = \{\langle 1, 2, 1 \rangle, \langle 2, 9, 0 \rangle, \langle 3, 3, 4 \rangle\}$ 에 대한 벡터 $\langle 5, -1, 9 \rangle$ 의 좌표벡터 $[\langle 5, -1, 9 \rangle]_B$ 가 $\langle 1, a, 2 \rangle$ 일 때, 실수 a 의 값은? [3점]

- ① -4 ② -3 ③ -2 ④ -1

24. 두 함수 $f(x), g(x)$ 의 론스키안(Wronskian)은 $W(f, g) = e^x$ 이다.

$$F(x) = af(x) + bg(x), \quad G(x) = cf(x) + dg(x)$$

에 대하여, $\det \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = 2$ 일 때 $W(F, G) = ke^x$ 이다.

상수 k 의 값은? (단, a, b, c, d 는 실수) [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4

25. 연속함수 $f(t)$ 의 라플라스변환이 $\frac{1}{s^3 + 4s}$ 일 때,

$f\left(\frac{\pi}{4}\right)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ 1

26. 베셀함수 $J_{1/2}(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi x}} \sin x$ 와 $J_{-1/2}(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi x}} \cos x$ 에 대하여
- $$J_{3/2}(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} (x^a \sin x - x^b \cos x)$$
- 이다. $a+b$ 의 값은? (단, a, b 는 실수) [5점]
- ① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4

27. $\sigma(E) = \iiint_E (3 - 2x^2 - 2y^2 - 3z^2) dV$ 는 영역 $E = E_0$ 에서 최댓값을 갖는다. 입체 E_0 의 부피의 값은? [5점]
- ① $\frac{\pi}{2}$ ② π ③ $\frac{3}{2}\pi$ ④ 2π

28. 선형변환 $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$,
- $$T(\langle a, b, c \rangle) = \langle 3a + b, -2a - 4b + 3c, 5a + 4b - 2c \rangle$$
- 의 다음 설명 중 옳은 것만을 있는 대로 모두 고른 것은? [5점]
- (가) T 의 핵(kernel)의 원소는 영벡터뿐이다.
(나) T 의 rank는 2이다.
(다) $T \circ T$ 는 항등함수이다.
- ① (가) ② (나) ③ (가), (다) ④ (나), (다)

29. 다음 조건을 만족하는 함수 $y = f(x)$ 가 무수히 많다.
- (1) $y'' + a^2 y = \sin x$
(2) 임의의 양수 M 에 대하여,
 $|f(x)| > M$ 인 실수 x 가 존재한다.
- 양의 실수 a 의 값은? [5점]
- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4

30. 함수 $y = f(x)$ 는 구간 $0 \leq x \leq 1$ 에서 $(\cos x)y' + y = \sin x$, $y(0) = 2$ 를 만족시킨다. $f(1)$ 의 값은? [5점]
- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4