

필답고사 문제지 (수학)

[필답고사 시간 14:00 ~ 15:00]

모집단위	학부·과	지원전형 (일반/학사)	
수험번호		성명	

【 수험생 유의사항 】

1. 답안지에 지원학부(과), 지원전형, 성명, 생년월일, 수험번호를 정확하게 기재할 것
2. 수험번호, 주민등록번호 앞자리, 답안 마킹란에는 반드시 검정색 컴퓨터용 사인펜을 사용할 것
(수험생기재란 및 수험번호의 글자 및 숫자 작성은 흑색 볼펜 등을 사용해도 무방)
3. 마킹을 바르게 표기할 것(답안지 내 수험생 유의사항 확인)
4. 감독관 날인이 없는 답안지는 무효처리됨
5. 답안지에 답 이외의 특정 표시 불가(단, 수정테이프 사용 가능)
6. 답안지 훼손이나 낙서 등으로 판독이 불가능할 경우 해당 답안지는 0점 처리하며 그 책임은 수험생 본인에게 있음



1. 미분방정식

$$x^2 y'' - 2xy' + 2y = 0$$

의 해 $y(x)$ 가 $y(1)=3$, $y'(1)=4$ 를 만족시킬 때,
 $y(3)$ 의 값은? [3점]

- ① 15
- ② 16
- ③ 17
- ④ 18
- ⑤ 19

2. 미분방정식

$$(x^2 + 4) \frac{dy}{dx} + 4xy = 2x$$

의 해 $y(x)$ 가 $y(0)=1$ 을 만족시킬 때, $y(2)$ 의
 값은? [4점]

- ① $\frac{5}{64}$
- ② $\frac{5}{32}$
- ③ $\frac{5}{16}$
- ④ $\frac{5}{8}$
- ⑤ $\frac{5}{4}$

3. 적분방정식

$$f(t) + \int_0^t f(\tau) e^{t-\tau} d\tau = \sin 2t$$

를 만족시키는 $f(t)$ 에 대하여, $f(\pi)$ 의 값은? [4점]

- ① -1
- ② $-\frac{1}{2}$
- ③ 0
- ④ $\frac{1}{2}$
- ⑤ 1

4. 함수 $f(x) = x$ ($-\pi < x < \pi$)의 복소 푸리에(Fourier)

급수가 $f(x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{inx}$ 일 때, c_2 의 값은? [4점]

- ① $-\frac{i}{2}$
- ② $-\frac{i}{4}$
- ③ 0
- ④ $\frac{i}{4}$
- ⑤ $\frac{i}{2}$

5. 다음에서 차수가 3 이하인 실수 계수 다항식으로 이루어진 벡터공간 $\mathbb{P}_3$ 의 부분공간만을 모두 고른 것은? [4점]

- (가) $\{x^3 + a \mid a \text{는 실수}\}$
 (나) $\{f(x) \in \mathbb{P}_3 \mid f'(-1) = 0\}$
 (다) $\{ax^2 + bx + c \mid a, b, c \text{는 정수}\}$

- ① (가)
- ② (나)
- ③ (가), (나)
- ④ (가), (다)
- ⑤ (나), (다)

6. 행렬 $A = \begin{pmatrix} -4 & 0 & 3 \\ 0 & 4 & 0 \\ -2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ 에 대하여 A^{2025} 의 모든 성분의 합은? [5점]

- ① $4^{2024} - 4$
 ② $4^{2024} - 2$
 ③ $4^{2025} - 4$
 ④ $4^{2025} - 2$
 ⑤ 4^{2025}

7. 다음에서 행렬 $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -2 \\ 3 & 1 & 2 & 2 \\ 1 & 0 & 3 & 1 \\ 3 & 0 & 0 & 6 \end{pmatrix}$ 에 대한 설명 중 옳은 것만을 모두 고른 것은? [4점]

- (가) $\text{rank}(A) = 4$
 (나) $\det\left(\frac{1}{3}A\right) = 12$
 (다) 행렬 A 는 대각화 가능하다.

- ① (가)
 ② (나)
 ③ (가), (나)
 ④ (가), (다)
 ⑤ (나), (다)

8. 두 곡선 $y = \sec^2 x$, $y = \tan^2 x$ 와 두 직선 $x = 0$, $x = 1$ 로 둘러싸인 영역을 직선 $x = -1$ 을 축으로 회전시켜 얻은 입체의 부피는? [4점]

- ① $\frac{\pi}{2}$
 ② π
 ③ $\frac{3\pi}{2}$
 ④ 2π
 ⑤ 3π

9. 다음에서 이상적분이 수렴하는 것만을 모두 고른 것은? [4점]

- (가) $\int_1^{\infty} \frac{dx}{\sqrt{x^4 + x}}$
 (나) $\int_1^{\infty} e^{-x^3} \tan^{-1} x \, dx$
 (다) $\int_0^1 \frac{e^x}{x\sqrt{x}} \, dx$

- ① (가)
 ② (나)
 ③ (가), (나)
 ④ (가), (다)
 ⑤ (나), (다)

10. 극한 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 2x - \sin 2x}{\sin^{-1} x - \tan^{-1} x}$ 의 값은? [4점]

- ① 0
 ② 2
 ③ 4
 ④ 6
 ⑤ 8

11. 이중적분 $\int_{-1}^1 \int_{|y|}^1 e^{1+x^2} dx dy$ 의 값은? [4점]

- ① $e^2 - e$
- ② $e^2 + e$
- ③ $2(e^2 - e)$
- ④ $2(e^2 + e)$
- ⑤ $4(e^2 + e)$

12. 다음에서 극한이 존재하는 것만을 모두 고른 것은?
[4점]

(가) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy^2 \cos y}{x^2 + y^4}$

(나) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} x^2 y \sin\left(\frac{1}{x^2 + y^2}\right)$

(다) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x \sin^{-1} y}{\sqrt{x^2 + y^2}}$

- ① (가)
- ② (나)
- ③ (가), (나)
- ④ (가), (다)
- ⑤ (나), (다)

13. 극곡선 $r = 1 + \cos \theta$ ($0 \leq \theta \leq 2\pi$)에서 벡터장

$$\mathbf{F}(x, y) = \tan^{-1} y \mathbf{i} + \left(2xy + \frac{x}{1+y^2}\right) \mathbf{j}$$

의 선적분의 값은? [4점]

- ① $-\frac{2}{3}$
- ② 0
- ③ $\frac{2}{3}$
- ④ $\frac{4}{3}$
- ⑤ 2

14. 점 P는 원점으로부터 거리가 6이고 점 Q는 원점으로부터 거리가 8인 점이다. 점 P에서 점 Q까지 연결하는 매끄러운 곡선 C와 벡터장

$$\mathbf{F}(x, y, z) = \frac{x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}}$$

에 대하여 $\int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$ 의 값은? [4점]

- ① $-\frac{7}{24}$
- ② $-\frac{1}{24}$
- ③ 0
- ④ $\frac{1}{24}$
- ⑤ $\frac{7}{24}$

15. 정적분 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{2\sin x + \cos x + 2} dx$ 의 값은? [5점]

- ① $\ln \frac{3}{2}$
- ② $\ln \frac{5}{3}$
- ③ $\ln \frac{7}{4}$
- ④ $\ln \frac{9}{5}$
- ⑤ $\ln \frac{11}{6}$

16. 곡선 $x^y = y^x$ 의 점 (e^2, e^2) 에서 접선의 기울기가 a 일 때, $14a$ 의 값을 구하시오. [3점]

19. 급수 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4n(n+1)}{3^n}$ 의 값을 구하시오. [4점]

17. 정적분 $\int_0^{3\sqrt{3}} \frac{x^3}{\sqrt{9+x^2}} dx$ 의 값을 구하시오.

[3점]

20. 점 $(-2, -3, 1)$ 을 지나고, 두 평면 $x+2y+3z=2$ 와 $2x-y+z=4$ 의 교선을 포함하는 평면이 $ax+by+cz=4$ 일 때, abc 의 값을 구하시오. [4점]

18. 다음 두 조건을 만족시키는 벡터 $\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$ 에 대하여 $|\text{proj}_{\mathbf{a}} \mathbf{b} \times \text{proj}_{\mathbf{b}} \mathbf{a}|$ 의 값을 구하시오. [3점]

(1) 벡터 $\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$ 의 사이의 각은 $\frac{\pi}{6}$ 이다.

(2) $\mathbf{a} \times \mathbf{b} = \langle 1, \sqrt{6}, 3 \rangle$

21. 함수 $f(x, y) = xy(18 - 3x - 2y)$ 의 극댓값을 구하시오. [4점]

22. 원뿔 $z = 1 + \sqrt{x^2 + y^2}$ 은 구 $x^2 + y^2 + z^2 = 25$ 를 두 입체로 나눈다. 두 입체의 부피 중 작은 값을 a 라 할 때, $\frac{3a}{\pi}$ 의 값을 구하시오. [4점]

23. 이중적분

$$\int_0^{\tan^{-1} \frac{2}{3}} \int_0^{3 \sec \theta} r^3 dr d\theta + \int_{\tan^{-1} \frac{2}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{2 \csc \theta} r^3 dr d\theta$$

의 값을 구하시오. [4점]

24. 벡터장

$$\mathbf{F}(x, y, z) = yz \mathbf{i} + e^{xyz} \mathbf{j} - 2xy \mathbf{k}$$

와 곡면

$$S = \{(x, y, z) \mid 4x^2 + y^2 + 4z^2 = 5, y \geq 1\}$$

에 대하여 $\left| \frac{1}{\pi} \iint_S \text{curl } \mathbf{F} \cdot d\mathbf{S} \right|$ 의 값을 구하시오.

[5점]

25. 일엽쌍곡면 $x^2 + y^2 - z^2 = 1$ 의 $0 \leq z \leq 1$ 인 곡면을 S 라 하자. S 의 넓이가 $\frac{\pi}{\sqrt{2}} \{ \sqrt{a} + \ln(\sqrt{2} + \sqrt{b}) \}$ 일 때, $10a + b$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 자연수이다.) [5점]