

2024학년도 편입학전형

필답고사 문제지 (자연계열 I)

[필답고사 시간 14:00 ~ 15:30, 수학 30문항]

모집단위	학부·과	지원전형 (일반/학사)	
수험번호		성명	

【수험생 유의사항】

1. 답안지에 지원학부(과), 지원전형, 성명, 생년월일, 수험번호를 정확하게 기재할 것
2. 수험번호, 주민등록번호 앞자리, 답안 마킹란에는 반드시 검정색 컴퓨터용 사인펜을 사용할 것
(수험생기재란 및 수험번호의 글자 및 숫자 작성은 흑색 볼펜 등을 사용해도 무방)
3. 마킹을 바르게 표기할 것(답안지 내 수험생 유의사항 확인)
4. 감독관 날인이 없는 답안지는 무효처리됨
5. 답안지에 답 이외의 특정 표시 불가(단, 수정테이프 사용 가능)
6. 답안지 훼손이나 낙서 등으로 판독이 불가능할 경우 해당 답안지는 0점 처리하며 그 책임은 수험생 본인에게 있음
7. 자연계열 I 모집단위: 인공지능학과, 수학과, 물리학과, 건축학부 건축공학전공, 교통공학과, 공간정보공학과



서울시립대학교
UNIVERSITY OF SEOUL

1. $\operatorname{sech} x = \frac{2}{3}$ 일 때, $\tanh x$ 의 값은? (단, $x > 0$ 이다.)

[3점]

- ① $\frac{\sqrt{5}}{3}$ ② $\frac{\sqrt{5}}{2}$ ③ $\frac{\sqrt{13}}{2}$ ④ $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ ⑤ $\frac{3\sqrt{5}}{5}$

2. 곡선 $\ln(x^2 + y^2) - xy^2 = 0$ 위의 점 $(0, 1)$ 에서 접선의 기울기는? [3점]

- ① $-\frac{3}{2}$ ② $-\frac{1}{2}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

3. 곡선 $x = 2e^{\cos t}$, $y = e^{\sin 3t}$ ($\frac{\pi}{2} < t < \pi$)이 수평접선을 가지는 t 의 값은? [3점]

- ① $\frac{11\pi}{12}$ ② $\frac{5\pi}{6}$ ③ $\frac{3\pi}{4}$ ④ $\frac{2\pi}{3}$ ⑤ $\frac{7\pi}{12}$

4. 급수가 다음을 만족할 때, $a + 10b$ 의 값은? [3점]

$$\begin{aligned} \text{(가)} \quad & \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n \pi^{2n+1}}{6^{2n-1} (2n+1)!} = a \\ \text{(나)} \quad & \sum_{n=2}^{\infty} \frac{\sqrt{n+5} (3n-1)^n}{21^n \ln n} \text{의 수렴 반지름은 } b \text{이다.} \end{aligned}$$

- ① 78 ② 88 ③ 92 ④ 96 ⑤ 98

5. 정적분 $\int_0^1 \frac{3x^2}{\sqrt{4-x^2}} dx$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{\pi}{2} - \frac{3\sqrt{3}}{2}$ ② $\frac{\pi}{2} + \frac{3\sqrt{3}}{2}$ ③ $\pi - \frac{3\sqrt{3}}{2}$
④ $\pi + \frac{\sqrt{3}}{2}$ ⑤ $\pi + \frac{3\sqrt{3}}{2}$

6. 점 $(1, \frac{1}{2})$ 에서 함수 $f(x, y) = \frac{1}{4} - x^2 y \cos(\pi x + \pi y)$ 의 선형화를 $L(x, y) = ax + by + c$ 라 할 때, $a + b + c$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1-\pi}{8}$ ② $\frac{1-\pi}{4}$ ③ $\frac{1-\pi}{2}$
④ $\frac{1+\pi}{4}$ ⑤ $\frac{1+\pi}{8}$

7. 극한 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^{2x^2} \sin\left(\frac{t^2}{3}\right) dt}{x^6}$ 의 값은? [3점]

- ① 0 ② $\frac{2}{3}$ ③ $\frac{8}{9}$ ④ $\frac{8}{3}$ ⑤ ∞

8. 정적분 $\int_0^{\sqrt{3}} 2x \tan^{-1} x dx$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{2\pi}{3} - \sqrt{3}$ ② $\frac{2\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}$ ③ $\frac{2\pi}{3} + \sqrt{3}$
④ $\frac{4\pi}{3} - \sqrt{3}$ ⑤ $\frac{5\pi}{3} - \sqrt{3}$

9. 곡선 $x = 3 + 2t^{3/2}$, $y = 3t$ ($0 \leq t \leq 3$)의 호의 길이는? [3점]

- ① 14 ② 15 ③ 16 ④ 17 ⑤ 18

10. 직선 l 과 평면 P 의 방정식은 다음과 같다.

$$l : 4 - x = \frac{y+1}{3} = \frac{z-2}{2}$$

$$P : 3x + y - 2z = 3$$

평면 Q 가 다음을 만족할 때 $a + b + c$ 의 값은? [3점]

- (가) 평면 Q 의 방정식은 $ax + by + cz = 1$ 이다.
(나) 평면 Q 는 직선 l 을 포함한다.
(다) 평면 Q 는 평면 P 에 수직이다.

- ① $-\frac{1}{4}$ ② $-\frac{1}{2}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{1}{4}$

11. C 가 점 $(1, e, \frac{1}{e})$ 로부터 점 $(e, 1, 0)$ 까지의 선분일 때, 벡터장

$$\mathbf{F}(x, y, z) = \left\langle \frac{y^3}{x} - 2xyz, 3y^2 \ln x - x^2 z, -x^2 y \right\rangle$$

의 선적분 $\int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$ 의 값은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ $-\frac{1}{2}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 2

12. 함수 $f(x, y) = e^{\sqrt{x}} \ln(y^2 + 1)$ 이고, $2x - y = s$,
 $x + y = t$ 라 하자. $s = 1$, $t = 2$ 일 때 편도함수
 $\frac{\partial f}{\partial t}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{e}{6}(\ln 2 - 4)$ ② $\frac{e}{6}(\ln 2 + 4)$ ③ $\frac{e}{3}(\ln 2 - 2)$
 ④ $\frac{e}{3}(\ln 2 + 2)$ ⑤ $\frac{e}{3}(\ln 2 + 4)$

13. 곡선 $y = x^2$ 과 직선 $y = 2$ 로 둘러싸인 영역을 직선
 $x = 2$ 를 축으로 회전시켜 얻은 입체의 부피는? [3점]

- ① $\frac{16\pi}{3}$ ② $\frac{16\sqrt{2}\pi}{3}$ ③ $\frac{32\pi}{3}$
 ④ $\frac{32\sqrt{2}\pi}{3}$ ⑤ $4\pi(2\sqrt{2} - 1)$

14. 함수 f 와 g 가 다음을 만족한다.

- (가) $f(x, y, z) = x + y^2 + z - 6$
 (나) $g(x, y, z)$ 는 미분가능한 함수이다.
 (다) $g(1, 2, 1) = 2$

점 $(1, 2, 1)$ 에서 벡터 $\mathbf{u} = \left\langle 0, \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}} \right\rangle$ 방향에
 대한 함수 fg 의 방향도함수의 값은? [4점]

- ① $\frac{5}{2}\sqrt{2}$ ② 5 ③ $5\sqrt{2}$ ④ $10\sqrt{2}$ ⑤ 15

15. 원기둥 $x^2 + y^2 = 1$ 과 두 평면 $z = \sqrt{3}y$, $z = 0$ 으로
 둘러싸인 입체의 겉넓이는? (단, $z \geq 0$) [3점]

- ① $\frac{\pi}{2} + 2\sqrt{3}$ ② $\pi + \sqrt{3}$ ③ $\pi + 2\sqrt{3}$
 ④ $\frac{3\pi}{2} + \sqrt{3}$ ⑤ $\frac{3\pi}{2} + 2\sqrt{3}$

16. 벡터장 $\mathbf{F}(x, y, z) = \langle 2xz, 4xy, -z^2 \rangle$ 이고 S 는 두
 곡면 $y = \sqrt{x}$, $y = 2\sqrt{x}$ 와 평면 $z = 0$, $z = 1 - y$ 에
 의하여 유계된 영역의 곡면일 때, 면적분

$\iint_S \mathbf{F} \cdot d\mathbf{S}$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{1}{16}$ ② $\frac{1}{32}$ ③ 0 ④ $-\frac{1}{32}$ ⑤ $-\frac{1}{16}$

17. 다음 반복적분의 값을 구하시오. [3점]

$$\int_{\frac{1}{\sqrt{2}}}^1 \int_{\sqrt{1-x^2}}^x e^{x^2+y^2} dy dx + \int_1^{\sqrt{2}} \int_0^x e^{x^2+y^2} dy dx$$

$$+ \int_{\sqrt{2}}^2 \int_0^{\sqrt{4-x^2}} e^{x^2+y^2} dy dx$$

- ① $\frac{\pi}{8}(e^4 - e^2)$ ② $\frac{\pi}{8}(e^4 - e)$ ③ $\frac{\pi}{6}(e^4 - e^2)$
 ④ $\frac{\pi}{6}(e^4 - e)$ ⑤ $\frac{\pi}{4}(e^4 - e^2)$

18. 행렬 $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 4 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ 의 역행렬을 $A^{-1} = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix}$

라 할 때, $b + d + f + h$ 의 값은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

19. 행렬 $A = \begin{pmatrix} 4 & 0 & -2 \\ 2 & 5 & 4 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$ 에 대하여 옳은 것을 모두
 고르시오. [3점]

- (가) 행렬 A 는 서로 다른 세 개의 고윳값을 갖는다.
 (나) 행렬 A 는 대각화 가능하다.
 (다) 행렬 A 는 가역행렬이다.
 (라) 고유공간들 차원의 합은 3이다.

- ① (가) ② (나), (다)
 ③ (가), (나), (다) ④ (나), (다), (라)
 ⑤ (가), (나), (다), (라)

20. 행렬 $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ -4 & -13 & 2 \\ 0 & -1 & 5 \end{pmatrix}$ 에 대하여 $\det(\text{adj } A)$ 의
 값은? (단, $\text{adj } A$ 는 행렬 A 의 수반행렬이다.) [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

21. 초깃값 문제 $y \frac{dy}{dx} = x \sin x$, $y(0) = 2$ 의 해에 대하여
 $\{y(\pi)\}^2$ 의 값은? [3점]

- ① π ② $\pi + 2$ ③ 2π ④ $2\pi + 2$ ⑤ $2\pi + 4$

22. 함수 $y_p = (ax^b + cx^d)e^x$ 가 미분방정식

$$y'' - 2y' + y = (2x+1)e^x$$

의 특수해일 때, $ab+cd$ 의 값은? [3점]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

23. $\mathcal{L}$ 을 라플라스 변환이라 하고, $\mathcal{L}^{-1}$ 을 $\mathcal{L}$ 의

역변환이라 하자. 함수 $F(s) = \frac{s}{s^2+4}e^{-\pi s}$ 에 대해

$\mathcal{L}^{-1}\{F(s)\}$ 을 $f(t)$ 라 할 때, $f(2\pi)$ 의 값은? [3점]

- ① $-\pi$ ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ π

24. 함수 $f(x) = 2x$ ($-1 < x < 1$)의 푸리에(Fourier) 급수는? [3점]

- ① $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2(-1)^{n+1}}{n\pi} \sin n\pi x$ ② $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4(-1)^n}{n\pi} \sin n\pi x$
 ③ $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4(-1)^{n+1}}{n\pi} \sin n\pi x$ ④ $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4(-1)^{n+1}}{n\pi} \cos n\pi x$
 ⑤ $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2(-1)^{n+1}}{n\pi} \cos n\pi x$

25. 행렬 $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & -1 \\ -1 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ 를 $A = PDP^{-1}$ 의 형태로

대각화하자. 행렬 $D = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 \end{pmatrix}$ 가 $\lambda_1 < \lambda_2 < \lambda_3$ 을

만족하고, 행렬 $P = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix}$ 에서 $a=3, b=1, c=3$

일 때 $d^2+e^2+f^2+g^2+h^2+i^2$ 의 값은? [4점]

- ① 19 ② 20 ③ 21 ④ 22 ⑤ 23

26. 좌표평면 위의 점 $(0, 0), (1, 1), (1, 2), (0, 3), (-1, 3), (-2, 2), (-2, 1), (-1, 0)$ 에 대하여, 점 $(0, 0)$ 부터 점 $(-1, 0)$ 까지 주어진 순서대로 선분으로 연결한 곡선을 C 라 하자. 벡터장

$$\mathbf{F}(x, y) = \langle e^x - y, x - e^{y^2} \rangle$$

의 선적분 $\int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = a + \frac{b}{e}$ 일 때, $10a+b$ 의 값은?

(단, a 와 b 는 정수이고 e 는 자연상수이다.) [4점]

27. 정적분 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} t^2 \sin t \, dt = a\pi + b$ 일 때, $120(a^2 + b^2)$ 의

값은? (단, a 와 b 는 유리수이다.) [4점]

28. 극곡선 $r = -3\cos\theta$ 의 내부와 극곡선 $r = 1 - \cos\theta$ 의 외부에 놓인 영역의 넓이가 $a\pi + b$ 일 때, $11a^2 + b^2$ 의 값은? (단, a 와 b 는 유리수이다.) [4점]

29. 두 곡면 $\rho = 1 - \cos\phi$ 와 $\rho = \cos\phi$ ($0 \leq \phi \leq \frac{\pi}{2}$)로

둘러싸인 입체 E 에 대해,

$$\iiint_E \frac{480}{\pi} dV$$

의 값은? (단, 두 곡면은 구면좌표계로 표현되었다.) [5점]

30. $y_1(t), y_2(t)$ 를 초깃값 문제

$$\begin{pmatrix} y_1' \\ y_2' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix}, \quad y_1(0) = 3, \quad y_2(0) = 1$$

의 해라고 하자. $y_1(1)y_2(1) = ae^b + ce^d$ 일 때,

$a^2 + b^2 + c^2 + d^2$ 의 값은? (단, a, b, c, d 는 정수이고 e 는 자연상수이다.) [5점]