

수 학 시 험 문 제 (자연계 A형)

지망모집단위:

수험번호:

성명:

- * 문제지의 각 페이지가 모두 A형인지 확인 바랍니다.
- * 본 대학교 2024학년도 편입학모집 자연계열 필답고사는 총 7쪽 25문항이며, 총점은 200점입니다.
- * 문항별 배점은 문항 번호 옆에 표시되어 있습니다.
- * 오답감점제가 시행되며 틀린 답은 배점의 $\frac{1}{5}$ 만큼 감점 됩니다. 무응답은 감점이 없습니다.
- * 답안은 별도의 OMR 카드에 컴퓨터용 사인펜으로 표기하여야 합니다.
- * 연습장, 계산기 및 전자기기는 사용할 수 없습니다.

1. [7.1점] 함수 $f(x, y) = \sinh(x^2 + y)$ 에 대하여 편미분계수 $f_x(1, 0)$ 을 구하면?

- ① $\frac{1}{e} - e$ ② $\frac{1}{e}$ ③ $e - \frac{1}{e}$
 ④ e ⑤ $e + \frac{1}{e}$

2. [7.1점] 거듭제곱급수 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^{2n}}{4^n}$ 의 수렴반지름은?
 ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 4 ⑤ ∞

3. [7.1점] 극한 $\lim_{x \rightarrow \infty} (e^x + x^2)^{1/x}$ 의 값을 구하면?

- ① e ② $e + \frac{1}{e}$ ③ $1 + e$
 ④ e^2 ⑤ $1 + e^2$

4. [7.1점] 극한 $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{k^5 + k^4}{n^6 + n}$ 의 값을 구하면?

- ① $\frac{1}{12}$ ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

5. [7.4점] 정적분 $\int_{-1}^1 \frac{1+2|x|+\tan x}{1+|x|+x^2} dx$ 의 값을 구하면?

- ① $\ln 3$ ② $\ln 5$ ③ $2\ln 3$ ④ $2\ln 5$ ⑤ $3\ln 3$

6. [7.4점] 함수 $f(x) = \frac{1}{1+e^{-x}}$ 에 대하여 방정식 $f(x) = \frac{2}{3}$ 의 해를 $x = a$ 라 할 때, $f'(a)$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{9}$ ② $\frac{2}{9}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{4}{9}$ ⑤ $\frac{5}{9}$

7. [7.4점] $\arcsin \frac{\sqrt{3}}{2} + \arctan \left(\tan \frac{5\pi}{9} \right)$ 의 값은?

- ① $-\frac{5\pi}{18}$ ② $-\frac{\pi}{9}$ ③ $\frac{4\pi}{9}$ ④ $\frac{13\pi}{18}$ ⑤ $\frac{8\pi}{9}$

8. [7.4점] 다음 급수 중 발산하는 것은?

- ① $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{n+1} \right)^{n^2}$ ② $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n(\ln n)^2}$
 ③ $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{n^2}$ ④ $\sum_{n=1}^{\infty} \tan \left(\frac{1}{n^2} \right)$
 ⑤ $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}(\ln n)^3}$

9. [7.7점] 다음 특이적분 중에서 수렴하는 것만을 있는 대로 고르면?

$(\neg) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x}{1+x^4} dx \quad (\natural) \int_1^e \frac{1}{\ln x} dx \quad (\sqsubset) \int_{-1}^1 \frac{1}{x} dx$

- ① $\neg$
 ② $\neg, \natural$
 ③ $\neg, \sqsubset$
- ④ $\natural, \sqsubset$
 ⑤ 없음

10. [7.7점] 행렬 $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -2 \\ 0 & 6 & -5 \end{bmatrix}$ 와 자연수 n 에 대하여

$f(n) = \text{tr}(A^n)$ 이라 하자. $f(n+1) - f(n) \geq 2024$ 를 만족시키는 최소의 자연수 n 을 구하면?

- ① 9
 ② 10
 ③ 11
 ④ 12
 ⑤ 13

11. [7.7점] 함수 $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{x^2}{2n} + \frac{x^3}{n\sqrt{n}}\right)^n$ 에 대하여 $f'(2)$ 의 값은?

- ① $-\frac{2}{e^2}$
 ② $-\frac{1}{e}$
 ③ 2
 ④ e
 ⑤ $2e^2$

12. [7.7점] 함수 $f(x,y) = -2x^2 - 3y^2 + 4xy + 4x + 1$ 의 극값에 대한 설명으로 옳은 것은?

- ① 극솟값은 5이다.
 ② 극댓값은 5이다.
- ③ 극솟값은 7이다.
 ④ 극댓값은 7이다.
- ⑤ 극값은 없다.

13. [8.1점] 함수 $f(x) = \sin^3 x$ 에 대하여 $f^{(7)}(0)$ 의 값은?

- ① 532 ② 539 ③ 546 ④ 553 ⑤ 560

14. [8.1점] 함수 $f(x, y, z) = 2x^2 + 2y^2 + 3z^2 + 2xy + 2yz - 2xz$ 가 있다.

다음 보기의 벡터 $\mathbf{v}_i$ 중 점 $(1, 1, -1)$ 에서 $\mathbf{v}_i$ 방향으로 이동하는 순간 함숫값이 감소하는 방향이 되는 벡터의 개수는?

———— <보기> ————

$\mathbf{v}_1 = (1, -1, 1),$	$\mathbf{v}_2 = (2, 1, 4),$
$\mathbf{v}_3 = (-1, -1, 1),$	$\mathbf{v}_4 = (1, 2, 2)$

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

15. [8.1점] 가역행렬 A 가 다음 두 조건을 만족시킬 때, $\det(A^{-2})$ 의 값은?

$$16 \det(2A) = \det(4A), \quad \det(\sqrt{2}A) = \det(A^3)$$

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 4

16. [8.1점] 영역 $E = \{(x, y, z) \mid 1 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 4, z \geq 0\}$ 에 대하여 삼중적분 $\iiint_E z \, dV$ 의 값을 구하면?

- ① 15π ② $\frac{15\pi}{2}$ ③ 5π ④ $\frac{15\pi}{4}$ ⑤ 3π

17. [8.5점] 정적분 $\int_{1/2}^2 \frac{x-2}{x(x^2+1)} dx$ 의 값을 구하면?

- ① $\arctan \frac{1}{4} - \ln 4$ ② $\arctan \frac{1}{4} + \ln 4$
 ③ $\arctan \frac{1}{2} - \ln 4$ ④ $\arctan \frac{1}{2} + \ln 4$
 ⑤ $\arctan \frac{3}{4} - \ln 4$

18. [8.5점] 곡면 $S : x^2 + y^2 + z^2 = 1$ 에서의 면적분 $\iint_S (x^2 + y^2 + z^3) dS$ 의 값을 구하면?

- ① $\frac{5\pi}{3}$ ② 2π ③ $\frac{7\pi}{3}$ ④ $\frac{8\pi}{3}$ ⑤ 3π

19. [8.5점] 위쪽 방향의 곡면

$$S : x^2 + y^2 + 4z^2 = 1 \quad (y \geq 0, z \geq 0)$$

과 벡터마당 $\mathbf{F}(x, y, z) = (y^3, z^2, x^2)$ 에 대하여 면적분 $\iint_S \text{curl } \mathbf{F} \cdot \mathbf{n} dS$ 의 값을 구하면?

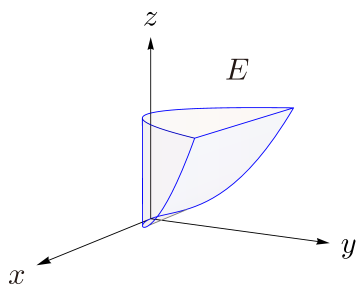
- ① $-\frac{\pi}{8}$ ② $-\frac{3\pi}{8}$ ③ $-\frac{5\pi}{8}$ ④ $-\frac{7\pi}{8}$ ⑤ $-\frac{9\pi}{8}$

20. [8.5점] 곡선 $(x^2 + y^2)^{3/2} = 2xy$ 로 둘러싸인 영역의 넓이를 구하면?

- ① $\frac{\pi}{3}$ ② $\frac{\pi}{4}$ ③ $\frac{\pi}{6}$ ④ $\frac{\pi}{8}$ ⑤ $\frac{\pi}{12}$

21. [8.8점] 입체 $E = \{(x, y, z) \mid y^2 \leq z \leq 1, x^2 \leq y\}$ 의 양의 방향의 경계 곡면을 S 라 할 때, 벡터마당 $\mathbf{F}(x, y, z) = (6x, 7y, 8z)$ 에 대한 면적분 $\iint_S \mathbf{F} \cdot \mathbf{n} dS$ 의 값을 구하면?

- ① 16 ② 19 ③ 22 ④ 25 ⑤ 28



22. [8.8점] 좌표공간의 세 점 $P(2, \sec t, -1)$, $Q(\sec t, -1, 2)$, $R(2, \sec t, 0)$ 에 대하여, 꼭짓점이 O, P, Q, R 인 사면체의 부피의 최솟값은?
(단, $-\frac{\pi}{2} < t < \frac{\pi}{2}$ 이고 O 는 원점이다.)

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ 2

23. [8.8점] 좌표공간에 이차곡면 $S : z = \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{2} + 1$ 과 점 $P(2, 0, 1)$ 이 있다. 곡면 S 위를 움직이는 점 $Q(x, y, z)$ 에 대하여 $\frac{\vec{OP} \cdot \vec{OQ}}{|\vec{OQ}|}$ 의 최솟값은? (단, O 는 원점이다.)

- ① $\sqrt{2}$ ② $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ③ 0
④ $-\sqrt{2}$ ⑤ $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

24. [9.2점] 좌표평면에서 부등식의 영역

$$2x^2 + 2\sqrt{2}xy + 3y^2 \leq 36$$

에 포함되는 원의 반지름의 최댓값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

25. [9.2점] 다음 두 타원면의 교선 위의 점 $P(x, y, z)$ 에 대하여 x^2 의 최댓값을 구하면?

$$x^2 + 2y^2 + 3z^2 = 14, \quad x^2 + 2(y - 3)^2 + 3(z - 4)^2 = 25$$

- ① $\frac{53}{24}$ ② $\frac{55}{24}$ ③ $\frac{19}{8}$ ④ $\frac{59}{24}$ ⑤ $\frac{61}{24}$