

2024학년도 편입학전형

필기고사 문제지

(항공우주 및 기계공학부, 항공전자정보공학부, 신소재공학과,
소프트웨어학과, 스마트드론공학과, AI자율주행시스템공학과)
(수학)

시험시간 : 60분

지원학부(과) :

수험번호 :

성명 :

한 국 항 공 대 학 교

필기고사 (수학)

■ 유의사항

1. 시험시간은 60분입니다.
2. 답안 작성은 반드시 “컴퓨터용 수정싸인펜”을 사용하십시오.
3. 수정 펜/수정 테이프 사용을 불허하며, 수정이 필요하면 답안지를 교체하십시오.
4. 답안지에 불필요한 사항을 기재(표시)하지 마십시오.
5. [] 안의 숫자는 배점입니다.

1. 경로 C 를 $|z|=2$ 라 할 때, 복소 선적분 $\oint_C \frac{dz}{(z-1)(z-3)}$ 의 값을 구하시오.

(단, C 의 방향은 반시계 방향이다) [3.7점]

① $-2\pi i$

② $-\pi i$

③ πi

④ $2\pi i$

2. 행렬 $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & 1 \\ 4 & 1 & -1 \end{bmatrix}$ 의 영공간(null space)에 있는 벡터를 고르시오. [3.8점]

① $\begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ -3 \end{bmatrix}$

② $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}$

③ $\begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 2 \end{bmatrix}$

④ $\begin{bmatrix} -1 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix}$

3. 곡선 $\vec{r}(t) = \langle \sin 2t, 2t^2, \cos 2t \rangle$ 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것을 고르시오. [4.0점]

- ① $t=0$ 일 때의 곡률은 $\sqrt{2}$ 이다.
- ② 단위접선벡터 $\vec{T}(t)$ 는 $\frac{1}{\sqrt{4+16t^2}} \langle 2\cos 2t, 4t, -2\sin 2t \rangle$ 이다.
- ③ 곡선 위의 점 $(0, 0, 1)$ 에서의 단위법선벡터는 $\left\langle 0, \frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}} \right\rangle$ 이다.
- ④ 곡선 위의 점 $(0, 0, 1)$ 에서의 단위종법선벡터는 $\left\langle 0, -\frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}} \right\rangle$ 이다.

4. 함수 f 는 모든 실수 x 에 대하여 두 번 미분가능한 함수이고 $x \neq 0$ 인 모든 실수 x 에 대하여 $f'(x) > 0$ 이다. 또한 함수 f 는 $(-\infty, 0)$ 에서 아래로 오목하고 $(0, \infty)$ 에서 위로 오목하다. 그리고 함수 g 는 모든 실수 x 에 대하여 $g(x) = f(-x^2)$ 을 만족하는 함수이다. 다음 중 옳은 것을 모두 고른 것은? [4.1점]

- ㉠ $g'(x) = 0$ 이면 $x = 0$ 이다.
- ㉡ $g(0)$ 는 함수 g 의 극솟값이다.
- ㉢ $g''(x) = -2f'(-x^2) + 4x^2 f''(-x^2)$ 이다.
- ㉤ 함수 g 의 그래프는 $(-\infty, \infty)$ 에서 위로 오목하다.

① ㉠㉡

② ㉢㉤

③ ㉡㉤

④ ㉠㉢

5. 조건 $y(0)=0$ 과 $y'(0)=1$ 을 만족시키는 미분방정식의 해 $y(x)$ 가 $\lim_{x \rightarrow \infty} y(x) = 0$ 이 되는 경우를 고르시오. [4.1점]

- ① $y'' - 5y' + 4y = 0$ ② $y'' + 5y' + 4y = 2$ ③ $y'' - 4y' + 3y = 2$ ④ $y'' + 4y' + 3y = 0$

6. 행렬 $A = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & 2 & -1 & -2 \\ 2 & 3 & 1 & -3 \end{bmatrix}$ 의 계수(rank)를 구하시오. [4.2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4

7. 이상적분 $\int_1^3 \frac{1}{\sqrt{(x-1)(3-x)}} dx$ 를 계산하시오. [4.6점]

① 1

② $\frac{\pi}{2}$

③ π

④ 발산

8. 행렬 $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 3 & -1 & 1 \end{bmatrix}$ 의 $\det(A)$ 를 구하시오. [4.9점]

① 2

② 4

③ 12

④ 18

9. 좌표평면 위의 원점을 중심으로 하고 반지름이 1인 얇은 원판 D 가 있다. 원판 D 위의 한 점 (x, y) 에서의 밀도가 $\rho(x, y) = 2 + x$ 일 때, 원판 D 의 질량중심의 x 좌표를 구하시오. [5.0점]

① $\frac{1}{2}$

② $\frac{1}{8}$

③ 0

④ $\frac{1}{4}$

10. 좌표평면 위의 점 $(0, 0)$ 을 중심으로 하고 반지름이 1인 원 C 에 대하여, 선적분

$$\oint_C \sqrt{(x+1)^3 + (x+1)^4} dx + (x+1)(y+4)dy$$
를 구하시오. (단, C 의 방향은 반시계 방향이다.)

[5.0점]

① 0

② π

③ 4π

④ 16π

11. 함수 $y(x)$ 가 미분 방정식 $y' + 4y = 4x$, $y(0) = 0$ 을 만족할 때, $y\left(\frac{1}{4}\right)$ 의 값을 구하시오.

[5.0점]

① $\frac{e^{-1}}{2}$

② $\frac{e^{-1}}{2} - \frac{1}{4}$

③ $\frac{e^{-1}}{4} - \frac{1}{4}$

④ $\frac{e^{-1}}{4}$

12. $x > 0$ 일 때, 두 함수 $f(x) = \sinh^{-1}x$ 와 $g(x) = \cosh^{-1}x$ 에 대하여, 극한 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(g \circ f)(x)}{(f \circ f)(x)}$ 의 값을 구하시오. [5.2점]

① 0

② 1

③ e

④ 발산

13. 영역 S 는 중심이 점 $(0, 0, 0)$ 이고 반지름이 1인 구이다. 영역 S 위에서의 면적분

$$\iint_S (5x^2 + 3y^2 + z^2) dS \text{를 발산정리를 이용하여 구하시오. [5.2점]}$$

① 12π

② 6π

③ $\frac{4}{3}\pi$

④ 0

14. 행렬 $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 4 \end{bmatrix}$ 의 서로 일차 독립인 고유벡터를 열벡터로 하는 3×3 행렬 X 에 대하여

행렬 $X^{-1}A^3X$ 의 모든 성분의 합을 구하시오. [5.2점]

① 6

② 36

③ 55

④ 73

15. 영행렬이 아닌 $n \times n$ 행렬 A 에 대하여, 행렬 B 와 C 가 $B=A+A^T$ 와 $C=A-A^T$ 로 정의될 때, 참인 명제는 모두 몇 개인지 고르시오. [5.4점]

<보기>

㉠ $B=B^T$

㉡ $C=(C^{-1})^T$

㉢ $\text{tr}(B) \geq \text{tr}(A)$

㉣ $\text{tr}(C)=0$

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4

16. 무한급수 $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2^n(n+1)}$ 의 값을 구하시오. [5.8점]

- ① $2\ln 2$ ② $\frac{3}{2}$ ③ $\frac{5}{2}\ln 2$ ④ $3\ln 2$

17. 극방정식 $r = \sin \theta$ 의 그래프의 내부를 영역 A , 극방정식 $r = \sin 2\theta$ 의 그래프의 내부를 영역 B 라 할 때, 영역 $A \cap B$ 의 넓이를 구하시오. [6.0점]

① $\frac{\pi}{4} - \frac{3\sqrt{3}}{16}$

② $\frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{16}$

③ $\frac{\pi}{3}$

④ $\frac{\pi}{2}$

18. 영역 S 는 원기둥 $y^2 + z^2 = 4$ 와 두 평면 $x = 0$, $x + z = 2$ 로 둘러싸인 영역이다. 면적분 $\iint_S xz \, dS$ 를 구하시오. [6.1점]

① $-4\sqrt{2}\pi$

② -12π

③ $-4(4 + \sqrt{2})\pi$

④ $-4(3 + \sqrt{2})\pi$

19. 조건 $AB=I$ 를 만족하는 행렬 $A=\begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ a_4 & a_5 & a_6 \end{bmatrix}$ 와 $B=\begin{bmatrix} b_1 & b_2 & b_3 \\ b_4 & b_5 & b_6 \\ b_7 & b_8 & b_9 \end{bmatrix}$ 의 성분으로 구성된 연립방정식에

대하여 $2x_4+x_5+x_6$ 의 값을 구하시오. (여기서, I 는 단위행렬을 의미한다.) [6.2점]

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & b_1 & b_2 & b_3 \\ 0 & 1 & 0 & b_4 & b_5 & b_6 \\ 0 & 0 & 1 & b_7 & b_8 & b_9 \\ 2 & 3 & 1 & 3 & 1 & 1 \\ a_1 & a_2 & a_3 & 1 & 3 & 3 \\ a_4 & a_5 & a_6 & 2 & 3 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix}$$

- ① 0 ② 2 ③ 4 ④ 6

20. 벡터공간 $\mathbb{R}^3$ 에서 벡터공간 $\mathbb{R}^2$ 로의 선형변환 L 에 대하여, 벡터 $u_1=\begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$, $u_2=\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$, $u_3=\begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}$ 가

$L(u_1)=\begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix}$, $L(u_2)=\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$, $L(u_3)=\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$ 로 대응될 때, L 의 표준행렬의 모든 성분의 합을 구하시오.

[6.5점]

- ① 2 ② 5 ③ 7 ④ 9