

2024학년도 중앙대학교

편입학 시험 수학 문제지[A형]

<2024. 1. 7(일) 12:30 ~ 13:30>

대 학		모집단위	
수험번호		성 명	

◆ 답안 작성시 유의 사항 ◆

- 문제지는 표지를 제외하고 총 30문항 8면으로 인쇄되어 있습니다.
- 문제지 유형을 확인하고 OMR 답안지에 반드시 표기하여야 합니다.
- OMR 답안지의 수험번호 및 답안 표기란에는 반드시 컴퓨터용 수성 사인펜으로 표기하여야 합니다.



2024학년도 중앙대학교 편입학 시험 수학 문제지[A형]

[1] (2.5점) 극한 $\lim_{x \rightarrow 0^+} (e^{\sin x} + 3x)^{\frac{1}{\tan x}}$ 의 값은?

- ① 1 ② e ③ e^4 ④ ∞

[2] (3점) 함수 $f(x) = -(e^x + e^{-x})^3 + 6(e^x + e^{-x})^2 + 15(e^x + e^{-x})$ 가 최댓값을 갖는 x 를 α, β (단, $\alpha > \beta$)라 할 때, $e^{2\alpha} + e^{2\beta}$ 의 값은?

- ① 2 ② 14 ③ 23 ④ 34

[3] (3.5점) 적분 $\int_0^1 \int_x^1 x^{2022} \sqrt{1+y^{2024}} dy dx$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{2024 \cdot 3036} (2\sqrt{2} - 1)$ ② $\frac{1}{2023 \cdot 3036} (2\sqrt{2} - 1)$
 ③ $\frac{1}{2024 \cdot 3036} (\sqrt{2} - 1)$ ④ $\frac{1}{2023 \cdot 3036} (\sqrt{2} - 1)$

[4] (3.5점) 다음 <보기>의 급수 중에서 수렴하는 것의 개수는?

<보기>

(가) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(\ln(n+1))^2}$

(나) $\sum_{n=1}^{\infty} \arctan \frac{1}{n}$

(다) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(n\pi)}{\sqrt{n}}$

(라) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \left(1 + \frac{1}{\sqrt[3]{2^2}} + \frac{1}{\sqrt[3]{3^2}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt[3]{n^2}} \right)}$

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4

2024학년도 중앙대학교 편입학 시험 수학 문제지[A형]

[5] (3.5점) $f(x) = e^x(\cos 2x + \sin 2x)$ 를 $x = 0$ 에서 Taylor 급수 전개하였을 때, x^5 의 계수를 a_5 라고 하자. 이때, $5! \times a_5$ 의 값은?

- ① 3 ② 5 ③ 7 ④ 9

[6] (3점) 두 곡선 $y^3 = x^2$ 과 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 의 교점에서 각 곡선에 대한 접선이 서로 수직이 되는, a 와 b 의 일반적인 관계식은?

- ① $3b^2 = 2a^2$ ② $2b^3 = 3a^2$ ③ $3b^2 = 2a^3$ ④ $2b^2 = 3a^2$

[7] (2.5점) $\sin^{-1}(\frac{4}{\sqrt{17}}) = \theta_1$ 이고, $\sin^{-1}(\frac{1}{\sqrt{17}}) = \theta_2$ 일 때, $\theta_1 + \theta_2$ 의 값은? (단, $-\frac{\pi}{2} \leq \theta_1 \leq \frac{\pi}{2}$, $-\frac{\pi}{2} \leq \theta_2 \leq \frac{\pi}{2}$ 이다.)

- ① $-\frac{\pi}{2}$ ② 0 ③ $\frac{\pi}{2}$ ④ π

[8] (3.5점) 함수 $f(x) = [2\cos x - \cos 2x]$ 에 대하여 구간 $0 < x < 3\pi$ 에서 불연속인 점의 개수는? (단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

- ① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13

2024학년도 중앙대학교 편입학 시험 수학 문제지[A형]

[9] (4점) 함수 $f(z) = \tanh z = \frac{e^z - e^{-z}}{e^z + e^{-z}}$, $g(x, y) = x^3 - 12xy + 8y^3$ 라 하자. 이때, 합성함수

$h(x, y) = (f \circ g)(x, y) = f(g(x, y))$ 의 $\mathbb{R}^2$ 에서의 임계점 (즉, $\nabla h(x, y) = (0, 0)$ 이 되는 점)을 (a, b) , (c, d) 라고 하면, $a+b+c+d$ 의 값은? (단, $(a, b) \neq (c, d)$ 이다.)

- ① -3 ② -2 ③ 2 ④ 3

[10] (3.5점) $\mathbb{R}^3$ 에서 정의된 벡터장 $\mathbb{F}(x, y, z) = (y \cos z - yze^x, x \cos z - ze^x, -xy \sin z - ye^x)$ 을 다음 곡선 C 를 따라 적분한 선적분 $\int_C \mathbb{F} \cdot d\mathbf{r}$ 의 값은? 여기서, 곡선 $C: \mathbf{r}(t) = (\cos t, \sin t, t)$, $(0 \leq t \leq \frac{\pi}{2})$ 이다.

- ① $-\frac{\pi}{2}e^{\frac{\pi}{2}}$ ② $-\frac{\pi}{2}$ ③ $-\pi$ ④ $-\pi e^{\frac{\pi}{2}}$

[11] (3.5점) 함수 $f(x, y) = \int_{2x+4y}^{3y^2} \frac{1}{1+e^{-u}} du$ 일 때, $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(0, 0)$ 의 값은?

- ① -2 ② 2 ③ -3 ④ 3

[12] (3.5점) 함수 $f(x, y, z) = xe^{-y-z} \cos(xy)$ 가 점 $(x, y, z) = (1, 0, 1)$ 에서 함숫값이 가장 빨리 증가하는 방향의 단위벡터를 구하면?

- ① $(-\frac{1}{\sqrt{3}}, -\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}})$ ② $(\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}, -\frac{1}{\sqrt{3}})$
 ③ $(-\frac{1}{\sqrt{3}}, -\frac{1}{\sqrt{3}}, -\frac{1}{\sqrt{3}})$ ④ $(\frac{1}{\sqrt{3}}, -\frac{1}{\sqrt{3}}, -\frac{1}{\sqrt{3}})$

[13] (3점) 함수 $y = \sin(\frac{\pi}{2}x)$, $(0 \leq x \leq 1)$ 의 그래프와 그 역함수의 그래프로 둘러싸인 영역의 넓이는?

- ① $\frac{4}{\pi}+1$ ② $\frac{4}{\pi}-1$ ③ $\frac{6}{\pi}+1$ ④ $\frac{6}{\pi}-1$

[14] (3.5점) 부정적분 $\int \frac{\sin^7 x}{\cos^4 x} dx$ 를 구하면?

- ① $\frac{1}{3\cos^3 x} - \frac{3}{\cos x} - 3\cos x + \frac{\cos^3 x}{3} + C$ ② $\frac{1}{3\sin^3 x} - \frac{3}{\sin x} - 3\sin x + \frac{\sin^3 x}{3} + C$
 ③ $\frac{3}{\cos^3 x} - \frac{1}{3\cos x} - \frac{\cos x}{3} + 3\cos^3 x + C$ ④ $\frac{3}{\sin^3 x} - \frac{1}{3\sin x} - \frac{\sin x}{3} + 3\sin^3 x + C$

[15] (3.5점) 다음 <보기>중 두 개를 더했을 때, 유리함수로 표현할 수 있는 것은? (단, 유리함수는 분모와 분자가 다항식으로 구성된 함수이다.)

<보기>

(가) $\int \frac{2x}{x^2-1} dx$	(나) $\int \frac{2}{x(x+1)} dx$
(다) $\int \frac{x^2+1}{x^2(x+1)^2} dx$	(라) $\int \frac{x^2+1}{x^2(x+1)} dx$

- ① (가) + (나) ② (나) + (다) ③ (가) + (다) ④ (나) + (라)

[16] (3점) 다음 식을 성립하게 하는 실수 a 의 값은?

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-a}{x+2a} \right)^x = e^4.$$

- ① $\frac{2}{3}$ ② $-\frac{2}{3}$ ③ $\frac{4}{3}$ ④ $-\frac{4}{3}$

2024학년도 중앙대학교 편입학 시험 수학 문제지[A형]

[17] (4점) 선형사상 $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ 을 다음과 같이 정의하자.

$$Tv = Av, \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ -1 & 4 & -1 \end{pmatrix}, \quad v \in \mathbb{R}^3.$$

T 의 치역 $\{Tv \in \mathbb{R}^3 \mid v \in \mathbb{R}^3\}$ 은 $\mathbb{R}^3$ 에서 평면을 이룬다. 평면 $\{Tv \in \mathbb{R}^3 \mid v \in \mathbb{R}^3\}$ 위의 점 중에서 점 $(1, 2, 3)$ 과 거리가 최소인 점을 (a, b, c) 라 할 때, $a+b+c$ 의 값은?

- ① 6 ② $\frac{64}{11}$ ③ $\frac{60}{11}$ ④ $\frac{58}{11}$

[18] (2.5점) 행렬 $\begin{pmatrix} 1 & x & x \\ x & x & 1 \\ x & 1 & x \end{pmatrix}$ 의 rank 가 2가 되는 x 를 모두 구하면?

- ① $-\frac{1}{2}, 1$ ② 0, 1 ③ $-\frac{1}{2}$ ④ 0

[19] (3.5점) 평면 $x+y+z=1$ 과 구면 $x^2+y^2+(z+1)^2=4$ 의 교집합인 원 C 가 있다. 평면 $x+y+z=1$ 에서 원 C 의 내부를 원뿔의 밑면으로 하고, 구면 $x^2+y^2+(z+1)^2=4$ 위의 점 P 를 원뿔의 꼭짓점으로 하는 원뿔의 부피 중 최댓값은?

- ① $\frac{16}{9}\pi\left(1+\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$ ② $\frac{4}{3}\pi\left(1+\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$ ③ $\frac{8}{9}\pi\left(1+\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$ ④ $\frac{8}{3}\pi\left(1+\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$

[20] (4점) 좌표공간에서 두 평면 $z=0, z=1$ 과 원기둥 $x^2+y^2=9$ 로 둘러싸인 영역 R 의 경계를 S 라 하자. 이 때, 벡터장 $\mathbb{F}(x, y, z) = (x(x^2+y^2+z^2)+e^{-yz}, y(x^2+y^2+z^2)+e^{-zx}, z(x^2+y^2+z^2)+e^{-xy})$ 의 곡면 S 에 대한 플럭스(유량) $\iint_S \mathbb{F} \cdot dS$ 를 구하면? (단, 곡면 S 의 향(orientation)은 입체의 바깥쪽으로 향하는 곡면에 수직인 단위벡터로 주어진다.)

- ① $\frac{345\pi}{2}$ ② $\frac{435\pi}{2}$ ③ $\frac{525\pi}{4}$ ④ $\frac{405\pi}{4}$

2024학년도 중앙대학교 편입학 시험 수학 문제지[A형]

[21] (3점) $f(x) = x^3 e^x$ 에 대하여 $n \geq 3$ 일 때, $f^{(n)}(1)$ 의 값은?

- ① $e(n^2 + n + 1)$ ② $e(n^3 + n + 1)$ ③ $e(n^2 + 2n + 1)$ ④ $e(n^3 + 2n + 1)$

[22] (3.5점) 매개변수 t 가 $0 \leq t \leq \pi$ 를 만족할 때, 평면 위의 점 $P(\sin^2 t, \cos t \sin t)$ 가 만족하는 자취는 어떤 원 위에 있는가?

- ① 중심 $\left(0, \frac{1}{2}\right)$, 반지름 $\frac{1}{2}$ ② 중심 $\left(\frac{1}{2}, 0\right)$, 반지름 $\frac{1}{2}$
 ③ 중심 $\left(0, \frac{1}{2}\right)$, 반지름 1 ④ 중심 $\left(\frac{1}{2}, 0\right)$, 반지름 1

[23] (3점) 함수 $f(x) = \frac{x^2 - 4x + 4}{x - 5}$ 가 $x = a$ 에서 극댓값을 가지고, $x = b$ 에서 극솟값을 가질 때, $2a^2 + b^2$ 의 값은?

- ① 72 ② 114 ③ 132 ④ 153

[24] (3.5점) 행렬 $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 1 & -3 & 2 \\ -1 & 2 & 6 \end{pmatrix}$ 가 어떤 행렬 B 에 대해 다음식을 만족할 때, $a + b + c$ 의 값은?

$$BAB^{-1} = \begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & c \end{pmatrix}$$

- ① 0 ② 2 ③ 3 ④ 5

2024학년도 중앙대학교 편입학 시험 수학 문제지[A형]

[25] (4점) 타원면 $x^2 + 2y^2 + z^2 = 1$ 위에서 함수 $f(x, y, z) = xy + z^2$ 의 최댓값과 최솟값을 각각 a, b 라 할 때, $a^2 + b^2$ 의 값은?

- ① 1 ② $\sqrt{\frac{3}{2}} + 1$ ③ $\frac{9}{8}$ ④ $\frac{5}{4}$

[26] (3.5점) 행렬 $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 \\ -2 & 1 & 2 \\ -3 & -1 & 5 \end{pmatrix}$ 에 대하여 3×3 행렬 $B = A^{2024} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ 라고 할 때, B 의 주대각원소의 합 $tr(B)$ 를 구하면?

- ① $1 + 2^{2024} + 2 \cdot 3^{2024}$ ② $1 + 3^{2024}$ ③ $1 + 2^{2024}$ ④ $1 + 2 \cdot 3^{2024}$

[27] (3.5점) 4×4 행렬 $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬식 $\det(A^4 - 3A^3 + A^2)$ 을 구하면?

- ① -20 ② -10 ③ 0 ④ 10

[28] (2.5점) $\begin{pmatrix} 6 & -3 \\ -3 & 6 \end{pmatrix}^{10} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ 일 때, $a+b$ 의 값은?

- ① 3^{10} ② $2 \cdot 3^{10}$ ③ 3^{11} ④ $4 \cdot 3^{10}$

[29] (4점) A 의 역행렬 $A^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & -\frac{2}{3} & -\frac{1}{3} \end{pmatrix}$ 일 때, $BA = A^2 + A$ 인 행렬 B 에 대하여 $\det(B)$ 의 값은?

- ① 0 ② $\frac{2}{3}$ ③ $\frac{4}{3}$ ④ 2

[30] (3점) $A^T = A^T A$ 이고 $A \neq O$ 일 때, 다음 <보기> 중에서 옳은 것을 모두 고르면? (여기서, A^T 는 A 의 전치행렬이고, O 는 영행렬이다.)

<보기>
(가) $A = A^T$
(나) $A = A^{-1}$
(다) $A^2 = A$
(라) $\det(A) = -1$

- ① (가), (나) ② (나), (다) ③ (가), (다) ④ (가), (다), (라)