

수 학 (A)형

1. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{e^{2x} - 1} \right)$ 의 값은? [2.1 점]

- ① 1
- ② 2
- ③ e
- ④ ∞

2. 벡터 $\langle a, -6, 2\sqrt{7} \rangle$ 가 곡면 $x^2 - y^2 + z^2 + 1 = 0$ 위의 점 $(1, 3, \sqrt{7})$ 에서 이 곡면의 접평면에 수직이다. 상수 a 의 값은? [2.1 점]

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4

3. 극좌표계에서 곡선 $r = 2 + 2\cos\theta$ 로 둘러싸인 영역의 넓이는? [2.1 점]

- ① 2π
- ② 4π
- ③ 6π
- ④ 8π

4. $\frac{3}{2}\pi \leq \theta \leq 2\pi$ 일 때, 극곡선 $r = 1 + \sin\theta$ 의 길이는? [4.1 점]

- ① 2
- ② $4 - 2\sqrt{2}$
- ③ 8
- ④ $8 - 2\sqrt{2}$

5. 열린구간 $(-\pi, \pi)$ 에서 $f(x) = \lfloor \cos x \rfloor$ 의
불연속인 점의 개수는? (단, 기호 $\lfloor \rfloor$ 는 최대
정수함수) [2.1 점]

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4

6. $\int_0^{\pi/4} \frac{1-4\tan x}{4+\tan x} dx$ 의 값은? [3.8 점]

- ① $\ln\left(\frac{5}{8}\sqrt{2}\right)$
- ② $\ln\left(\frac{3}{8}\sqrt{2}\right)$
- ③ $\ln\left(\frac{5}{3}\sqrt{2}\right)$
- ④ $\ln\left(\frac{2}{3}\sqrt{2}\right)$

7. 평면 위의 곡선 C 가 두 개의 원 $x^2+y^2=4$
와 $x^2+y^2=9$ 사이의 영역 D 의 경계일 때,
 $\int_C (x^2-y^3) dx + (x^3+y^2) dy$ 의 값은?

[3.8 점]

- ① $\frac{287}{6}\pi$
- ② $\frac{231}{4}\pi$
- ③ $\frac{203}{3}\pi$
- ④ $\frac{195}{2}\pi$

8. $R = \{(x, y) \mid 4x^2 + y^2 \leq 8, x \geq 0, y \geq 0\}$
일 때, $\iint_R x^2 y dx dy$ 의 값은? [4.1 점]

- ① $\frac{4\sqrt{2}}{15}$
- ② $\frac{8\sqrt{2}}{15}$
- ③ $\frac{4\sqrt{2}}{5}$
- ④ $\frac{16\sqrt{2}}{15}$

9. 다음 <보기>의 급수 중 수렴하는 급수의 개수는?

<보기>

$$\begin{aligned} \text{㉠. } & \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+2)} \\ \text{㉡. } & \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n(n+2)} \\ \text{㉢. } & \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{5n^2+4} \\ \text{㉣. } & \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{n}{1+n^2} \end{aligned}$$

[4.1 점]

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4

10. 중심이 원점이고 반지름이 2인 구면을 S 라 할 때,

$$F(x, y, z) = \langle x^3 + y^3, y^3 + z^3, z^3 + x^3 \rangle$$

에 대해 $\iint_S F \cdot dS$ 의 값은? [3.8 점]

- ① $\frac{287}{5} \pi$
- ② $\frac{384}{5} \pi$
- ③ $\frac{203}{3} \pi$
- ④ $\frac{215}{3} \pi$

11. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[n]{(n+1)(n+2) \cdots (2n-1)(2n)}}{n}$ 의 값은? [5.6 점]

- ① $\frac{4}{e}$
- ② $\frac{e}{2}$
- ③ $\frac{e}{4}$
- ④ $\frac{2}{e}$

12. 공간곡선 $x = \ln t$, $y = 2t$, $z = t^2$ 위의 점 $(0, 2, 1)$ 에서의 법평면과 점 $(22, 12, 27)$ 사이의 거리는? [3.8 점]

- ① $\frac{94}{3}$
- ② $\frac{85}{3}$
- ③ $\frac{70}{3}$
- ④ $\frac{67}{3}$

13. $P = \sqrt{u^2 + v^2 + w^2}$, $u = xe^y$, $v = ye^x$, $w = e^{xy}$ 일 때, $x = 1$, $y = 0$ 에서 편미분계수 $\frac{\partial P}{\partial x}$ 의 값은? [4.1 점]

- ① $\frac{1}{2}$
- ② $\frac{1}{\sqrt{2}}$
- ③ $\sqrt{2}$
- ④ 2

14. 다음 <보기>의 극한 중 존재하는 극한의 개수는?

<보기>

㉠. $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy^4}{x^4 + y^4}$

㉡. $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{|x^2 - y^2|}{x^2 + y^2}$

㉢. $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\sin(x+y)^2}{x^2 + y^2}$

㉣. $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy(x^2 - y^2)}{x^4 + y^4}$

[4.3 점]

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4

15. 미분 방정식 $y'' - 2y' + y = -3 - x + x^2$ 의 해가 $y(0) = -2$, $y'(0) = 1$ 을 만족할 때, $y(2)$ 의 값은? [4.3 점]

- ① $2e^2$
- ② e^2
- ③ $5 - e^2$
- ④ $11 - e^2$

16. $y(x)$ 가 초깃값 문제 $(2x-1)(y-1)dx + (x+2)(x-3)dy = 0$, $y(1) = -1$ 의 해일 때, $y(4)$ 의 값은? [4.3 점]

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4

17. 행렬 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ 의 열공간(column space)을 W 라 하자. 벡터 $b = \langle 2, 5, 6, 6 \rangle$ 의 W 위로의 정사영을 $proj_W b = \langle a, b, c, d \rangle$ 라 할 때, $a + b + c + d$ 의 값은? [5.6 점]

- ① 12
- ② 16
- ③ 20
- ④ 24

18. 곡선 $y^2 = x^2 - x^4$ 으로 둘러싸인 평면 영역을 x 축을 중심으로 돌려서 만든 회전입체의 부피는? [4.1 점]

- ① $\frac{4}{15}\pi$
- ② $\frac{7}{15}\pi$
- ③ $\frac{8}{15}\pi$
- ④ $\frac{11}{15}\pi$

19. 매개변수 방정식 $x = \cos \theta$, $y = 2 \sin \theta$, $0 \leq \theta \leq 2\pi$ 로 표현되는 곡선 위 점 중에서 $(1,0)$ 과 가장 멀리 떨어져 있는 점의 x 좌표는?
[4.3 점]

- ① $-\frac{1}{8}$
- ② $-\frac{1}{6}$
- ③ $-\frac{1}{3}$
- ④ $-\frac{1}{2}$

20. 두 직선 도로가 교차로에서 $\frac{\pi}{3}$ 의 각도로 갈라진다. 자동차 두 대가 교차로에서 동시에 출발하는데, 첫 번째 자동차는 60km/h의 속도로 달리고 두 번째 자동차는 다른 도로를 100km/h의 속도로 달린다. 30분 뒤에 두 자동차 사이의 거리의 변화율은?
[4.3 점]

- ① $10\sqrt{17}$ km/h
- ② $10\sqrt{19}$ km/h
- ③ $20\sqrt{17}$ km/h
- ④ $20\sqrt{19}$ km/h

21. 매개변수 방정식 $x = e^t$, $y = t^2 e^{-t}$ 의 그래프가 아래로 오목(위로 볼록)한 구간에 속하는 정수 t 의 개수는?
[4.1 점]

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4

22. 행렬 $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ 에 대해, 다음 중 $A^T A$ 의 고유값(eigenvalue)이 아닌 것은?
(단, A^T 은 A 의 전치행렬)
[4.1 점]

- ① 0
- ② 1
- ③ 2
- ④ 3

23. 두 직선 ℓ_1, ℓ_2 의 대칭 방정식이 각각

$$\ell_1: \frac{x+1}{2} = -y+2 = \frac{z-1}{3},$$

$$\ell_2: x-3 = \frac{y+1}{2} = -z+2$$

이다. 직선 ℓ 이 직선 ℓ_1 과 ℓ_2 를 수직으로 지날 때, 직선 ℓ 과 직선 ℓ_2 의 교점의 좌표는 (a, b, c) 이다. 상수 $a+b+c$ 의 값은?

[5.6 점]

- ① 7
- ② 6
- ③ 5
- ④ 4

24. 유클리드 공간 $\mathbb{R}^3$ 에서 다음 <보기> 중 일차독립인 벡터의 집합의 개수는?

<보기>

- ㉠. $\{(1, 3, 2), (2, 1, 3), (3, 2, 1)\}$
- ㉡. $\{(1, -3, 2), (2, 1, -3), (-3, 2, 1)\}$
- ㉢. $\{(4, 0, 6), (-1, 1, -1), (2, -4, 2)\}$
- ㉣. $\{(-1, 1, 0), (-1, -1, 2), (1, 1, 1)\}$

[5.6 점]

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4

25. 행렬 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$ 의 행렬식

$\det(A)$ 의 값은?

[3.8 점]

- ① 2
- ② 4
- ③ 8
- ④ 16